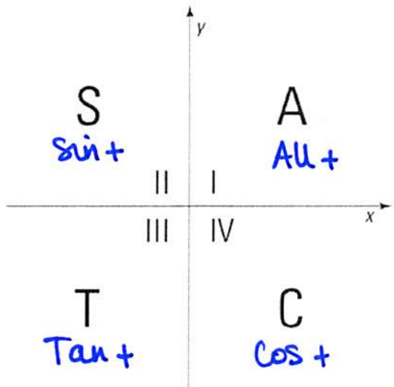
2.2 – RAPPORTS TRIGONOMETRIQUES D'UN ANGLE

En 10eme année, nous avons défini les rapports trigonométriques d'un angle aigu (entre 0^o et 90^o) dans un **triangle rectangle** en utilisant SOH CAH TOA.

Cette année, nous allons compléter la définition a n'importe quel angle (pas seulement dans un triangle rectangle).

Tu vas devoir te souvenir que le **signe** d'un rapport dépend du **quadrant** de l'angle, et sa **valeur numérique** (sans son signe) dépend seulement de son **angle de référence**.

Si tu te rappelles que les valeurs de cos et de sin peuvent être trouvées sur le cercle trigonométrique, et que $tan\ \theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$, alors on obtient:



On se souviendra de l'acronyme ASTC:

"All Students Take Calculus"

All: tous positifs

Students: Sin est le seul positif

Take: Tan est le seul positif

Calculus: Cos est le seul positif

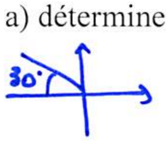
Applications: Déterminer un rapport

Je vous suggère de toujours faire un dessin rapide

Exemples: Trouver un rapport quand l'angle de référence est SPECIAL:

Utilise le quadrant et l'angle de référence

a) détermine cos 150°:



quadrant II ⇒ cos est ⊖

angle de ref : 30° cos → $\sqrt{3}/2$

$\cos 150° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

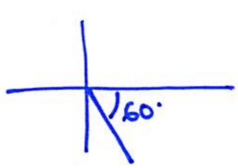
b) détermine sin 225°:

quad III ⇒ sin est ⊖

angle de ref : 45° sin → $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 225° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) détermine les 3 rapports trigonométriques pour 300°:



quad IV

angle de ref 60°

$$\left.\begin{aligned} \cos 300° &= \frac{1}{2} \\ \sin 300° &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 300° &= -\sqrt{3} \end{aligned}\right.$$

Exemples: Trouver un rapport quand l'angle de référence n'est PAS SPECIAL:

On obtient une valeur approchée a l'aide de la calculatrice

Exemple : Détermine une valeur approchée de cos 137° au centième près.

$\cos 137° \simeq -0.73$ (⚠ mode degrés.)

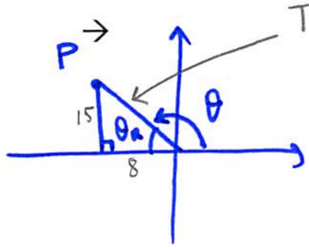
Remarque que le signe de la réponse est cohérent…

Exemples: Trouver un rapport exact si on ne connait pas l'angle:

Il faudra utiliser ***SOH CAH TOA*** *dans un triangle rectangle contenant l'angle de référence.*

a) P(-8, 15) est sur le côté terminal d'un angle θ en position standard.
Détermine les valeurs exactes des 3 rapports trigonométriques ($\sin\theta$, $\cos\theta$ *et* $\tan\theta$).

→



Theoreme de Pythagore
$x^2 = 8^2 + 15^2$
$x^2 = 289$
$x = 17$

$\sin\theta = \frac{15}{17}$

$\cos\theta = -\frac{8}{17}$

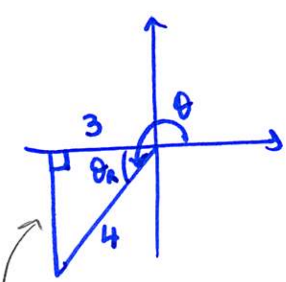
$\tan\theta = -\frac{15}{8}$

⚠ signes

Note : si tu essaies de trouver l'angle, tu pourrais mais tu n'aurais qu'une valeur approchée

b) Un angle θ se situe dans le quadrant III et est tel que $\cos\theta = -\frac{3}{4}$.
Détermine les valeurs exactes de $\sin\theta$ *et de* $\tan\theta$

→



$\sin\theta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$

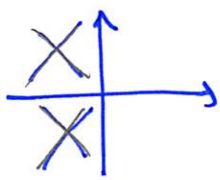
theorème de Pythagore
$x^2 = 4^2 - 3^2$
$x^2 = 16 - 9$
$x^2 = 7$
$x = \sqrt{7}$ ← ⚠ exact

Applications: Déterminer des Angles à l'aide d'un rapport – Résoudre des Équations

Il faut déterminer les quadrant(s) potentiels à l'aide du signe, et l'angle de référence à l'aide de la valeur numérique.
Puis, positionner l'angle de référence dans les quadrants potentiels pour déterminer les angles.

Exemples: Lorsque les rapports sont SPECIAUX

a) Résous $\cos\theta = \frac{1}{2}$ pour $0° \leq \theta \leq 360°$



$\oplus$ $\frac{1}{2}$

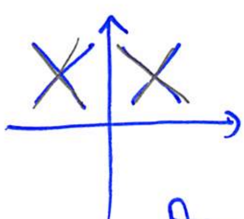
solutions : $\{60°, 300°\}$

$\theta_R = 60°$

b) Résous $\sin\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ pour $0° \leq \theta \leq 360°$

quad

valeur de θ_R

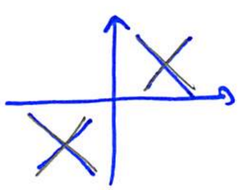


solutions : $\{225°, 315°\}$

$\theta_R = 45°$

c) Résous $\tan\theta = -\sqrt{3}$ pour $0° \leq \theta \leq 360°$

vient de $\frac{\sqrt{3}/2}{1/2}$



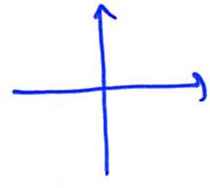
solutions : $\{120°, 300°\}$

$\theta_R = 60°$

d) Résous $3\tan^2\theta = 1$ pour $0° \leq \theta \leq 360°$

$\tan^2\theta = \frac{1}{3}$

$\tan\theta = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$



tous les quadrants !

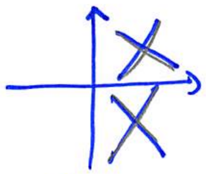
$\theta_R = 30°$

solutions : $\{30°, 150°, 210°, 330°\}$

Exemples: Lorsque les rapports ne sont PAS SPECIAUX.

a) Résous $\cos\theta = -0.3$ pour $0° \leq \theta \leq 360°$

quad. valeur de θ_R (calc)



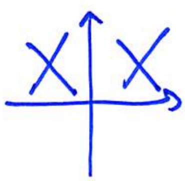
solutions : $\{107.5°, 252.5°\}$

$180 - \theta_R$ $180 + \theta_R$

$\theta_R = \cos^{-1}(0.3) \simeq 72.5°$

b) Résous $\sin\theta = -\frac{1}{3}$ pour $0° \leq \theta \leq 360°$

quad valeur de θ_R



solutions : $\{199.5°, 340.5°\}$

$180 + \theta_R$ $360 - \theta_R$

$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \simeq 19.5°$

Hwk: p 96 # 1 – 13, 15, 18, 19, 22, 29.