

6.4 – Les Équations Rationnelles

Lorsqu'on veut résoudre une équation rationnelle (équations contenant des expressions rationnelles), le plus simple est d'écrire toutes les expressions sur le **même dénominateur**...

Ex : $\frac{2}{7} + \frac{x}{7} = \frac{5}{7}$ Il est clair ici que la solution est $x = 3$.

Quand toutes les expressions ont le même dénominateur, il suffit de faire coïncider les numérateurs...

Attention tout de même aux valeurs interdites par les **restrictions de DÉPART**...

Exemples : 1) $\frac{2}{x^2-4} + \frac{10}{6x+12} = \frac{1}{x-2}$

Restrictions : $x^2 - 4 \neq 0$ $6x + 12 \neq 0$ $x - 2 \neq 0$
 $x \neq \pm 2$ $x \neq -2$ $x \neq 2$

$D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$

Résolution : $\frac{2}{(x+2)(x-2)} + \frac{10}{3(x+2)} = \frac{1}{x-2}$

$\frac{2 \times 3}{3(x+2)(x-2)} + \frac{5(x-2)}{3(x+2)(x-2)} = \frac{3(x+2)}{3(x+2)(x-2)}$

$6 + 5x - 10 = 3x + 6$

$2x = 10$

$x = 5$

Restrictions vérifiées !

A ton tour p 343

2) $\frac{4x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x-2} = \frac{x^2-4x+24}{(x+2)(x-2)}$

Restrictions : $x+2 \neq 0$ $x-2 \neq 0$ $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$

Résolution : $\frac{(4x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{(x+1)(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2-4x+24}{(x+2)(x-2)}$

$4x^2 - 8x - x + 2 - (x^2 + 2x + x + 2) = x^2 - 4x + 24$

$4x^2 - 9x + 2 - x^2 - 3x - 2 = x^2 - 4x + 24$

$2x^2 - 8x - 24 = 0$

$2(x^2 - 4x - 12) = 0$

$2(x+2)(x-6) = 0$

~~$x = -2$~~ $x = 6$
 Restr_x

Applications :

1) Travail Partagé

Marco veut planter des pommes de terre dans son champ. Tout seul, ça lui prendrait 4h.

Tina décide de l'aider pour gagner du temps. Toute seule, ça lui prendrait 3h.

Combien de temps est-ce que ça va leur prendre s'ils travaillent ensemble ?

Fraction du travail
Effectué en 1 h.

Soit x le temps recherché (en h)
 $0 < x < 3$

par Marco : $\frac{1}{4}$

par Tina : $\frac{1}{3}$

Ensemble : $\frac{1}{x}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{3x}{12x} + \frac{4x}{12x} = \frac{12}{12x}$$

$$7x = 12$$

$$x = \frac{12}{7}$$

$$x \approx 1\text{h}43\text{ min}$$

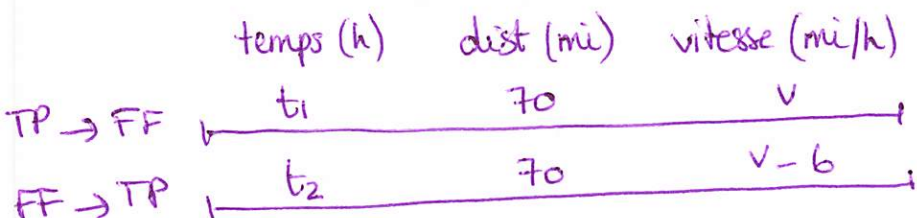
2) Temps/Distance/Vitesse

L'année dernière, une course de chiens de traîneaux a eu lieu entre The Pas et Flin Flon au Manitoba (aller-retour).

La distance totale de la course était de 140 milles. A l'aller, les conditions étaient excellentes, mais au retour, à cause de la météo, le gagnant a dû réduire sa vitesse moyenne de 6 mi/h comparé à l'aller.

Il a mis 8h30 au total pour faire sa course.

Quelle était sa vitesse moyenne à l'aller ?



$$v = \frac{d}{t} \quad \boxed{t = \frac{d}{v}} \quad d = vt$$

$$t_1 + t_2 = 8.5$$

Restr
 $v > 6$

pour pouvoir
réduire la vitesse
au retour.

$$t_1 = \frac{70}{v}$$

$$t_2 = \frac{70}{v-6}$$

$$\frac{70}{v} + \frac{70}{v-6} = 8.5 \quad \leftarrow \text{ou } \frac{17}{2}$$

$$\frac{2 \times 70(v-6)}{2v(v-6)} + \frac{2 \times 70v}{2v(v-6)} = \frac{17v(v-6)}{2v(v-6)}$$

$$140v - 840 + 140v = 17v^2 - 102v$$

$$17v^2 - 382v + 840 = 0$$

$$\Delta = 88804$$

$$v = \frac{382 \pm \sqrt{88804}}{34}$$

$$v \approx 2.5 \text{ mi/h}$$

Restr x

$$\boxed{v = 20 \text{ mi/h}}$$

Hwk : Day 1 p 348 # 2, 3, 5, 8, 10, 20, 21, 26, 27.

Day 2 p 348 # 12 - 14, 16, 17 + Extra Practice handout