Les fonctions Quadratiques sous forme générale

Une **fonction quadratique** est une fonction polynôme de degré 2.

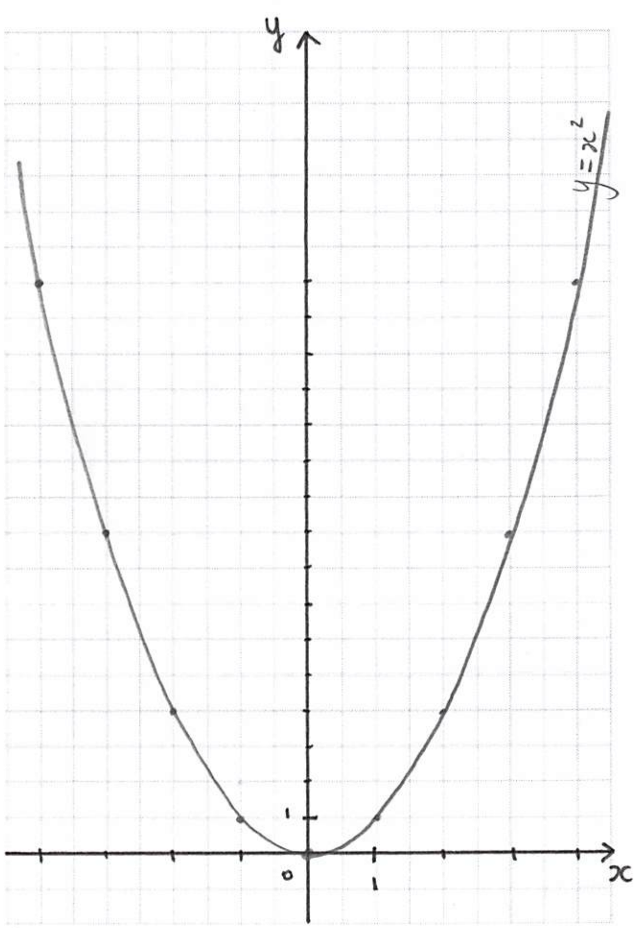
Ex : $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$
$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

I – La fonction quadratique de référence : $y = x^2$

Tableau de valeurs :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Représentation graphique :



Axe de symétrie : $x = 0$ (l'axe des ordonnées)

Sommet : $(0,0)$

Ouverture vers le haut

Domaine : $\{x \in \mathbb{R}\}$

Image : $\{y \in \mathbb{R}, y \geq 0\}$

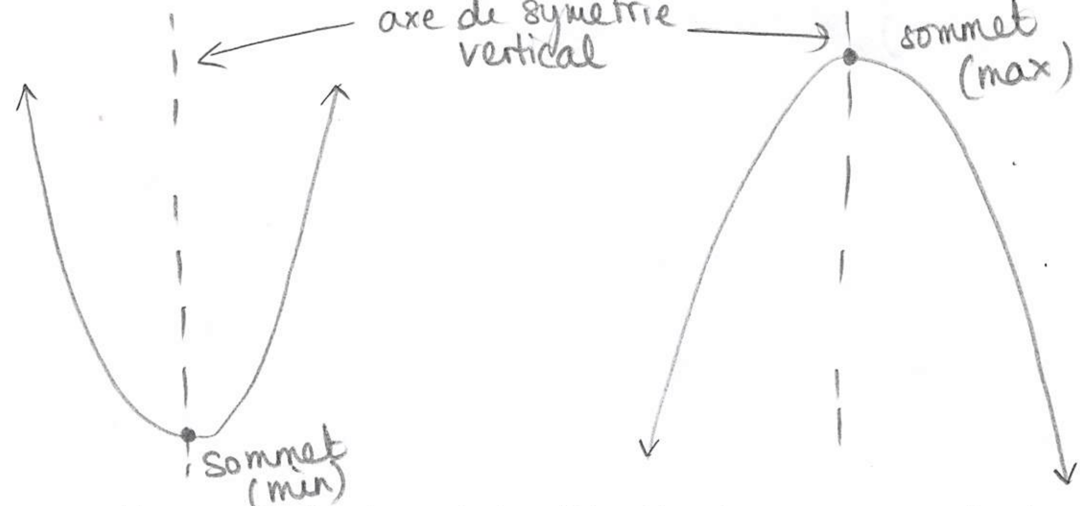
Ce type de courbe s'appelle une **PARABOLE**.

II – Fonctions quadratiques sous forme générale : $y = ax^2 + bx + c$

Ex : $y = 3x^2 + x - 6$ → $a = 3$, $b = 1$, $c = -6$
$y = -x^2 + x + 6$ → $a = -1$, $b = 1$, $c = 6$

} regarde leurs graphes sur ta calculatrice !

Le graphe de n'importe quelle fonction quadratique est une **parabole** qui s'ouvre soit vers le haut, soit vers le bas.



Pour représenter graphiquement une fonction quadratique, il faut déterminer son sommet, sa direction d'ouverture et sa « largeur » d'ouverture (ou « vitesse » d'ouverture).

- **Direction d'ouverture** : Le signe du coefficient a nous dit si la parabole s'ouvre vers le haut ou le bas.

  si $a>0$ ex: $y = 3x^2 - 5x + 1$

  si $a<0$ ex: $y = -2x^2 + x - 24$

  vérifie avec ta calculatrice graphique

- **Coordonnées du sommet** : Le calcul $\boxed{\frac{-b}{2a}}$ donne l'abscisse du sommet. $\left(\frac{-b}{2a}, \quad\right)$
  Ensuite, il ne reste plus qu'à remplacer x par cette valeur pour trouver le y correspondant.

Exemple : $y = x^2 - 4x + 2$

↳ $a = 1$ $b = -4$ $c = 2$

- la parabole s'ouvre vers le haut
- $\frac{-b}{2a} = \frac{+4}{2} = 2$ (abscisse) If $x = 2$, then $y = 2^2 - 4(2) + 2$
  $= -2$

Sommet $(2, -2)$

Note : L'ordonnée à l'origine est la valeur de y quand $x = 0$.
Sous forme générale, cela correspond toujours à la valeur du coefficient c.
Ex : pour $y = x^2 - 4x + 2$ l'OAO est 2.

Pour tracer le reste de la parabole, tu peux soit créer un tableau de valeurs (à la main ou à la calculatrice) soit utiliser la fonction de référence.

Exemple 1 : En utilisant un tableau de valeurs.

$y = x^2 - 4x + 2$

min

On a déjà trouvé que la parabole s'ouvre vers le haut, que le sommet est $(2, -2)$ et que l'OAO est 2.

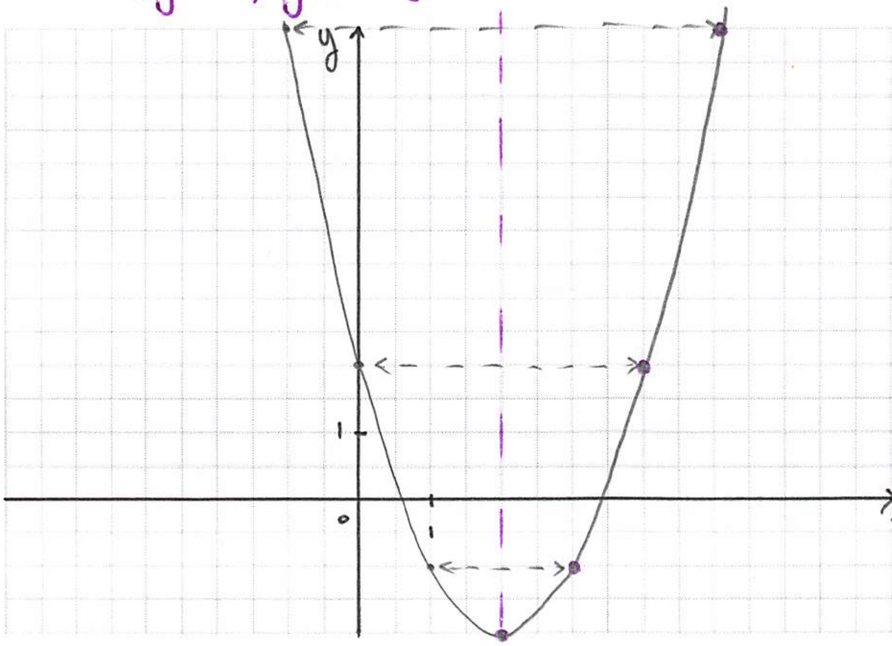
On sait aussi que les paraboles ont un axe de symétrie vertical qui passe par le sommet (ici $x = 2$), donc si on trouve des points à droite du sommet, les points correspondants à gauche du sommet seront les mêmes. Il est donc judicieux de ne chercher des valeurs que d'un seul côté pour être plus efficace.

x	2	3	4	5
y	-2	-1	2	7

Domaine : $\mathbb{R}$

Image : $\{y \in \mathbb{R},\ y \geq -2\}$

axe de symétrie $x = 2$



On peut remarquer que la parabole s'ouvre à la même « vitesse » que la fonction de référence… C'est parce qu'elles ont le même coefficient a.

A ton tour : $y = 2x^2 + 6x - 1$

Sommet : $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{11}{2}\right)$

x	$-3/2$	-1	0	1	2
y	-5.5	-5	-1	7	19

OAO

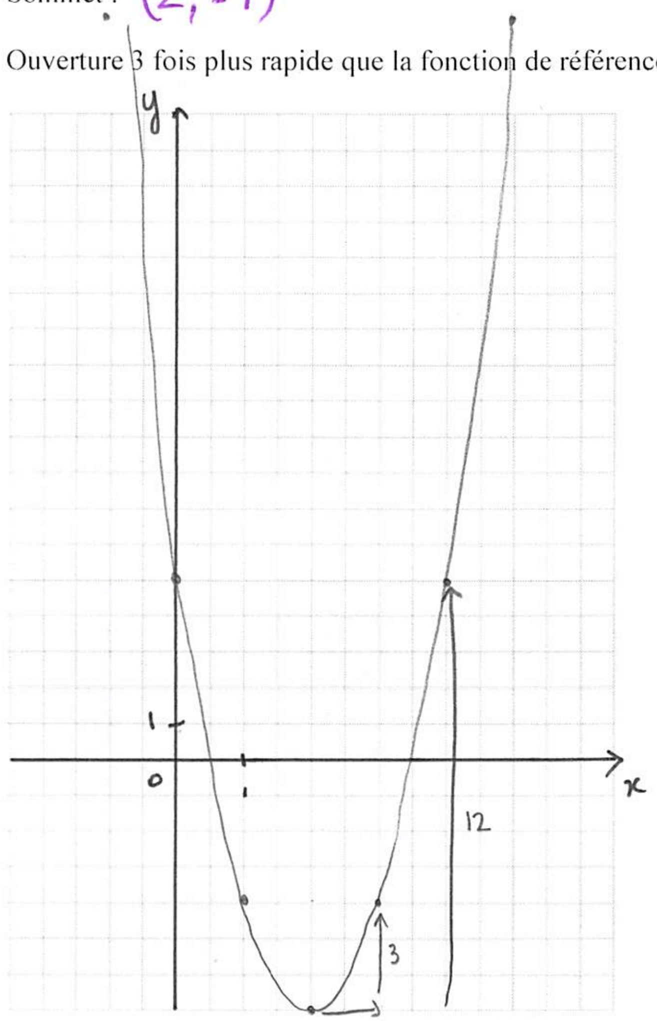
Exemple 2 : En utilisant la « vitesse d'ouverture » de la fonction de référence.

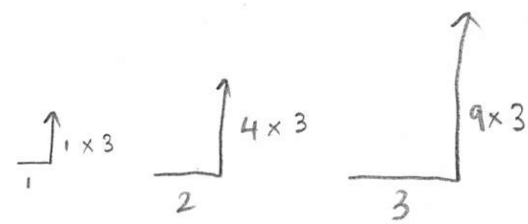
$y = 3x^2 - 12x + 5$

Ouverture vers le haut

Sommet : $(2, -7)$

Ouverture 3 fois plus rapide que la fonction de référence…





Domaine : $\mathbb{R}$

Image : $\{y \in \mathbb{R},\ y \geq -7\}$

A ton tour : $y = -x^2 + 4x + 5$

verif avec calc…

Note : Dans des situations de la « vraie vie », le domaine est parfois restreint pour que la situation fasse du sens…

Hwk : p 174 # 1 – 12, 15, 23