Les fonctions Quadratiques sous forme canonique

Une **fonction quadratique** peut s'écrire sous des formes différentes.

Ex : forme générale $y = ax^2 + bx + c$ ex : $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$
forme factorisée $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ ex : $g(x) = 2(x - 1)(x + 3)$

La **forme canonique** est du type : $y = a(x - p)^2 + q$

Ex : $y = 2(x - 3)^2 + 5$ → $a = 2$, $p = 3$, $q = 5$

$y = (x + 1)^2 + 3$ → $a = 1$, $p = -1$, $q = 3$

$y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$ → $a = \frac{1}{2}$, $p = 3$, $q = -2$

Lorsqu'une fonction quadratique est écrite sous forme canonique, p **et** q **sont les coordonnées du sommet**.

Ex : $y = 2(x - 3)^2 + 5$ → sommet : $(3, 5)$

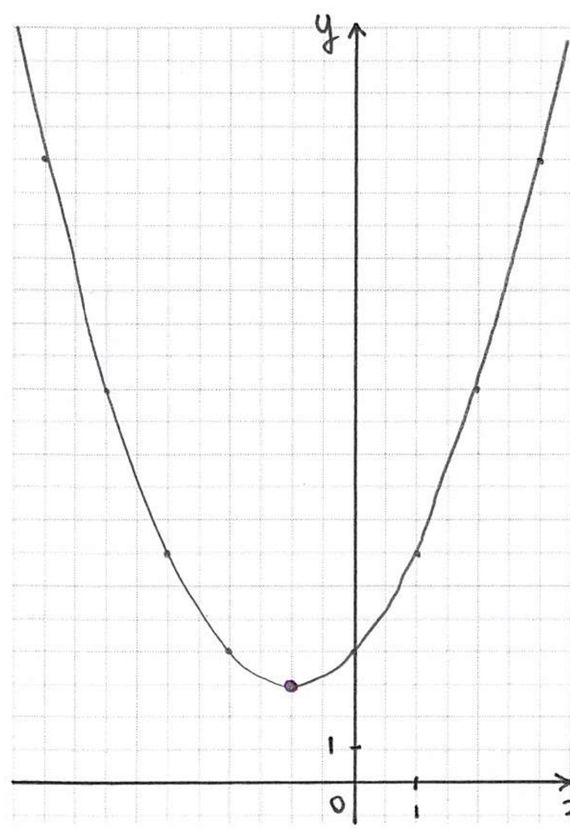
$y = (x + 1)^2 + 3$ → sommet : $(-1, 3)$

$y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2$ → sommet : $(3, -2)$

Le coefficient a donne encore la direction de l'ouverture ainsi que sa « vitesse »…

Exemple1 : $y = (x + 1)^2 + 3$

Sommet : $(-1, 3)$
ouvre vers le haut
même "vitesse" que $y = x^2$
OAO : 4 (remplace x par 0)



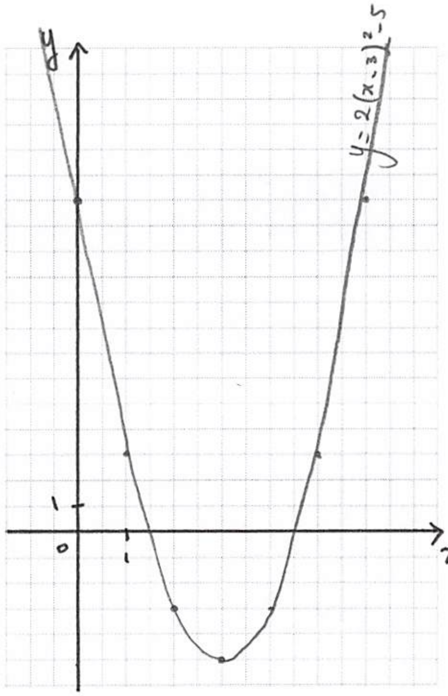
Exemple 2 : $y = 2(x-3)^2 - 5$

Sommet : $(3, -5)$

ouvre vers le haut

2x plus rapide que $y = x^2$

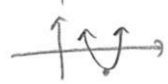
OAO : 13



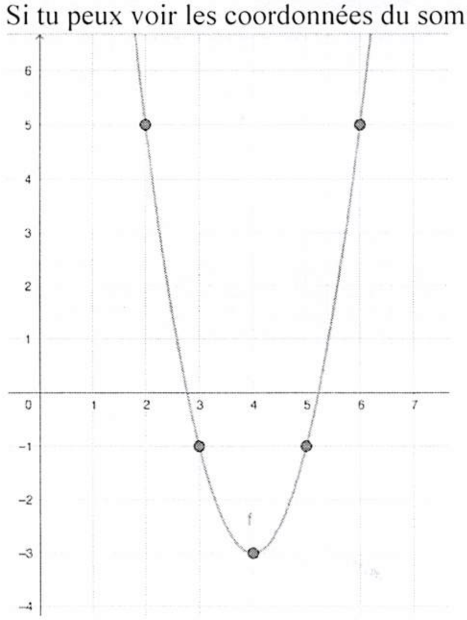
A partir du sommet, tu peux soit utiliser la « vitesse d'ouverture » comparée a celle de la fonction quadratique de référence, soit faire un tableau de valeurs (en choisissant un des côtes du sommet)…

Note : En connaissant le signe de l'ordonnée du sommet q et la direction de l'ouverture (a), tu peux facilement en déduire le nombre d'abscisses à l'origine.

Ex : si $a > 0$ et $q > 0$,  $\Rightarrow$ aucun AAO

si $a > 0$ et $q < 0$,  $\Rightarrow$ 2 AAO

Déterminer l'équation d'une parabole :
Si tu peux voir les coordonnées du sommet, le plus simple est d'utiliser la forme canonique :



$$y = a(x - p)^2 + q$$

à determiner à l'aide d'un autre point que le sommet.

coordonnées à lire sur le graphique

ici : $p = 4$ et $q = -3$ $\Rightarrow y = a(x-4)^2 - 3$

Autre point : $(2, 5)$ par exemple

x y

$5 = a(2-4)^2 - 3$ à résoudre

$5 = 4a - 3$

$4a = 8$

$a = 2$ $\Rightarrow \boxed{y = 2(x-4)^2 - 3}$

Hwk : p 157 # 4, 7, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 20 + 21