Changer la forme d'une fonction quadratique

FORME FACTORISEE $\xrightarrow{\text{développer (Gr 8)}}$ FORME GENERALE $\xrightarrow{\text{compléter le carré (nouveau !)}}$ FORME CANONIQUE

FORME FACTORISEE $\xleftarrow{\text{factoriser (Gr 10)}}$ FORME GENERALE $\xleftarrow{\text{développer un carré parfait (Gr 10)}}$ FORME CANONIQUE

(pas toujours possible ...)

I – Convertir en forme générale : DEVELOPPER

Exemple 1 : $y = (x-3)(x+2)$

$$y = x^2 + 2x - 3x - 6$$
$$y = x^2 - x - 6$$

Exemple 2 : $y = -3(x-5)(x+1)$

$$y = -3(x^2 + x - 5x - 5)$$
$$y = -3x^2 + 12x + 15$$

A ton tour : $y = (x-7)(x-1)$ → $a = 1, b = -8, c = 7$

$y = -2(x+1)(x+4)$ → $a = -2, b = -10, c = -8$

Exemple 3 : $y = (x-1)^2 + 3$

$$y = x^2 - 2x + 1 + 3$$
$$y = x^2 - 2x + 4$$

⚠ $(x-1)^2 = (x-1)(x-1)$
$= x^2 - x - x + 1$
$= x^2 - 2x + 1$ double produit

⚠ $(x-1)^2 \neq x^2 - 1$

Exemple 4 : $y = -2(x+3)^2 - 5$

$$y = -2(x^2 + 6x + 9) - 5$$
$$y = -2x^2 - 12x - 18 - 5$$
$$y = -2x^2 - 12x - 23$$

Exemple 5 : $y = -9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

$$y = -9\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) + 4$$
$$y = -9x^2 + 6x - 1 + 4$$
$$y = -9x^2 + 6x + 3$$

II – Convertir en forme factorisée : FACTORISER

Commence toujours par rechercher les facteurs communs.
Pense aux différences de carrés, aux carrés parfaits, ou bien factorise avec la méthode longue…

Exemple 1 : $y = 3x^2 - 9x$

$y = 3x(x-3)$

Exemple 2 : a) $y = 3x^2 - 75$

$y = 3(x^2 - 25)$

$y = 3(x+5)(x-5)$

b) $y = 4x^2 - 1$

$y = (2x+1)(2x-1)$

Exemple 3 : $y = x^2 + 5x + 6$

$\left.\begin{matrix} \otimes 6 \\ \oplus 5 \end{matrix}\right\} 2 \text{ et } 3$ $\quad y = (x+2)(x+3)$

A ton tour : $y = x^2 - x - 6 \longrightarrow y = (x-3)(x+2)$

$y = 8x^2 - 2 \rightarrow y = 2(2x+1)(2x-1)$

$y = x^2 + 13x + 12 \longrightarrow y = (x+12)(x+1)$

Exemple 4 : $y = 3x^2 + 8x + 4$

$\left.\begin{matrix} \otimes 12 \\ \oplus 8 \end{matrix}\right\} 2 \text{ et } 6$

$y = 3x^2 + 2x + 6x + 4$

$y = x(3x+2) + 2(3x+2)$

$y = (x+2)(3x+2)$

Exemple 5 : $y = -6x^2 - x + 2$

$\left.\begin{matrix} \otimes -12 \\ \oplus -1 \end{matrix}\right\} -4 \text{ et } 3$

$y = -6x^2 - 4x + 3x + 2$

$y = -2x(3x+2) + 1(3x+2)$

$y = (-2x+1)(3x+2)$

Exemple 6 : $y = 4x^2 + 12x + 9$

$(2x)^2 \quad 2 \cdot 2x \cdot 3 \quad 3^2$

$y = (2x+3)^2$

A ton tour : $y = 2x^2 + 3x + 1 \rightarrow y = (x+1)(2x+1)$

$y = 5x^2 - 3x - 2 \longrightarrow y = (x-1)(5x+2)$

$y = x^2 - 10x + 25 \longrightarrow y = (x-5)^2$

III - Convertir en forme Canonique : COMPLETER LE CARRÉ

Il s'agit de regrouper tous les termes en x et x^2 dans un carré parfait forcé et de compenser…

Exemple 1 : $y = x^2 - 4x + 2$

compense ce qui n'était pas là

$$y = \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{\text{carré parfait}} \overbrace{-4} + 2$$

$$y = (x-2)^2 - 2$$

Exemple 2 : $y = 3x^2 - 18x + 20$

$$y = 3(x^2 - 6x) + 20$$

$$y = 3(\underbrace{x^2 - 6x + 9}\overbrace{-9}) + 20$$

$$y = 3(x-3)^2 - 27 + 20$$

$$y = 3(x-3)^2 - 7$$

A ton tour :
$y = x^2 + 6x - 5 \longrightarrow y = (x+3)^2 - 14$
$y = -2x^2 + 8x - 3 \longrightarrow y = -2(x-2)^2 + 5$
$y = 3x^2 - 3x + 1 \longrightarrow y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$

Ca devient très vite compliqué particulièrement des que ça crée des fractions, alors dans les faits, on se souviendra d'un raccourci :

- Le coefficient a est le meme dans toutes les formes
- Si on sait trouver les coordonnées du sommet, on n'a plus qu'à placer p et q dans la formule…

Exemples : $y = x^2 + 6x - 5$

$a = 1 \quad \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2} = -3$

Sommet $(-3, -14)$

$$y = (x+3)^2 - 14$$

$y = -2x^2 + 8x - 3$

$a = -2 \quad \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-4} = 2$

Sommet $(2, 5)$

$$y = -2(x-2)^2 + 5$$

$y = 3x^2 - 3x + 1$

$a = 3 \quad \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$

Sommet : $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

$$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

Hwk : p 192 # 1, 2ac, 3ac, 8, 10, 14, 17 – 19, 22, 29, 31 + handout