

**Revision Midterm - ln + e**  
**Sans Calculatrice**

1. Résous les équations suivantes :

a)  $\ln(x+6) - \ln x = \ln(x+2)$

• Restr:  $x+6 > 0$  &  $x > 0$  &  $x+2 > 0$   
 $x > -6$      $x > 0$      $x > -2$

$D = ]0, +\infty[$

• Résol:  $\ln(x+6) = \ln x + \ln(x+2)$   
 $\ln(x+6) = \ln x(x+2)$

$x+6 = x^2+2x$

$x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$x = -3$      $x = 2$

b)  $e^{x-3} = 2^{x+1}$

• aucune restriction

$(x-3)\ln e = (x+1)\ln 2$

$x-3 = x\ln 2 + \ln 2$

$x - x\ln 2 = 3 + \ln 2$

$x(1-\ln 2) = 3 + \ln 2$

$x = \frac{3 + \ln 2}{1 - \ln 2}$

c)  $\ln(3x+1) + \ln(x-1) - \ln(10x+14) = 0$

• Restr:  $3x+1 > 0$  &  $x-1 > 0$  &  $10x+14 > 0$   
 $x > -1/3$      $x > 1$      $x > -7/5$

$D = ]1, +\infty[$

• Résol:  $\ln(3x+1)(x-1) = \ln(10x+14)$

$(3x+1)(x-1) = 10x+14$

$3x^2 - 2x - 1 = 10x + 14$

$3x^2 - 12x - 15 = 0$

$3(x^2 - 4x - 5) = 0$

$3(x-5)(x+1) = 0$

$x = 5$      $x = -1$   
~~Restr<sub>x</sub>~~

Solution:  $\{5\}$

$$d) 5 \times 3^{2x-5} = e^{3x}$$

$$\ln 5 + (2x-5)\ln 3 = 3x$$

$$\ln 5 + 2x\ln 3 - 5\ln 3 = 3x$$

$$x(2\ln 3 - 3) = 5\ln 3 - \ln 5$$

$$x = \frac{5\ln 3 - \ln 5}{2\ln 3 - 3}$$

2. Change de forme exponentielle – logarithmique et vice versa :

$$a) \ln(x+1) = y \quad e^y = x+1$$

$$b) e^{x-2} = 3 \quad \ln 3 = x-2$$

$$c) e^{x+1} = 2x \quad \ln 2x = x+1$$

$$d) \ln(5x) = 3 \quad e^3 = 5x$$

3. Sachant que  $\ln 2 \approx 0,7$  et que  $\ln 5 \approx 1,6$ , détermine une valeur approchée de  $\ln 50$ .

$$\begin{aligned} \ln 50 &= \ln(2 \times 5^2) = \ln 2 + 2\ln 5 \\ &\approx 0,7 + 2 \times 1,6 \\ &\approx 3,9 \end{aligned}$$

4. Soient  $a = \ln 3$  et  $b = \ln 5$ . Exprime  $\ln 45$  en fonction de  $a$  et  $b$ .

$$\begin{aligned} \ln 45 &= \ln(5 \times 3^2) \\ &= \ln 5 + 2\ln 3 \\ &= b + 2a \end{aligned}$$

5. Détermine la fonction réciproque de

a)  $y = e^x$

$$y = \ln x$$

a')  $y = \ln x$

$$y = e^x$$

b)  $y = -2e^{2x+3} - 1$

$$\begin{aligned} \rightarrow x &= -2e^{2y+3} - 1 \\ x+1 &= -2e^{2y+3} \\ -\frac{x+1}{2} &= e^{2y+3} \end{aligned}$$

$$\ln\left(-\frac{x+1}{2}\right) = 2y+3$$

$$2y = \ln\left(-\frac{x+1}{2}\right) - 3$$

$$y = \frac{1}{2} \ln\left(-\frac{x+1}{2}\right) - \frac{3}{2}$$

c)  $y = 4e^{x+7} + 2$

$$\begin{aligned} \rightarrow x &= 4e^{y+7} + 2 \\ x-2 &= 4e^{y+7} \\ \frac{x-2}{4} &= e^{y+7} \end{aligned}$$

$$\ln\left(\frac{x-2}{4}\right) = y+7$$

$$y = \ln\left(\frac{x-2}{4}\right) - 7$$

d)  $y = 3 \ln(x-5) + 4$

$$\begin{aligned} \rightarrow x &= 3 \ln(y-5) + 4 \\ \frac{x-4}{3} &= \ln(y-5) \\ y-5 &= e^{\frac{x-4}{3}} \end{aligned}$$

$$y = e^{\frac{x-4}{3}} + 5$$

e)  $y = -3 \ln(2x+1) + 4$

$$\begin{aligned} \rightarrow x &= -3 \ln(2y+1) + 4 \\ -\frac{x-4}{3} &= \ln(2y+1) \\ 2y+1 &= e^{-\frac{x-4}{3}} \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{2} e^{-\frac{x-4}{3}} - \frac{1}{2}$$